PROBLEMAS PROPUESTOS DE INTEGRACIÓN DE CAMPOS ESCALARES Y VECTORIALES: NIVEL INTERMEDIO.

1. Calcular $\int_L F\,dl$ para $F = x^2 + y^2$, donde L es el contorno dado por:

   $\mathbf{r}(t) = a(\cos t + t\,\mathrm{sen}\,t)\mathbf{1x} + a(\mathrm{sen}\,t - t\cos t)\mathbf{1y}$, para $0 \leq t < 2\pi$

2. Calcular la integral de línea de $\mathbf{F} = y\mathbf{1x} - x\mathbf{1y}$ para:

   a) El segmento de recta que une al origen con el punto (1, 2, 4).

   b) El contorno formado por los segmentos de recta que unen los puntos (0, 0, 0), (0, 2, 0), (1, 2, 0) y (1, 2, 4), en ese orden. Compara los resultados de las partes (b) y (a).

3. Calcular el flujo neto de $\mathbf{F} = 3yz\mathbf{1x} + 2xy\mathbf{1y}$ a través de la superficie que limita a un cubo de arista 2 centrado en (1, 1, 1) cuyas caras son paralelas a los planos coordenados.

4. Calcular el flujo neto de $\mathbf{F} = 3z^2\mathbf{1x} - 2xy\mathbf{1y}$ que sale del volumen limitado por el plano XY, el cilindro $\rho = 3$ y la esfera $r = 6$, para $z > 0$.

5. Calcular $\int_V 4\cos\phi\,\mathbf{1r}\,dV$, donde V es una esfera de radio 1 centrada en el origen.

6. Dado un campo $\mathbf{F} = \mathbf{F}(\rho)$, si la circulación de $\mathbf{F}$ es nula para cualquier contorno cerrado en coordenadas cilíndricas, demostrar que $F_\phi(\rho) = 0$, y que por lo tanto $\mathbf{F} = F_\rho(\rho)\,\mathbf{1\rho} + F_z(\rho)\,\mathbf{1z}$.

7. Dado un campo $\mathbf{F} = \mathbf{F}(r)$, si la circulación de **F** es nula para cualquier contorno cerrado en coordenadas esféricas, demostrar que $F_\theta(r) = 0$ y que $F_\phi(r) = 0$, y por lo tanto $\mathbf{F} = F_r(r)\,\mathbf{1r}$.

8. Dado un campo $\mathbf{F} = \mathbf{F}(\rho)$, si el flujo neto de **F** es nulo para cualquier superficie cerrada en coordenadas cilíndricas, demostrar que $F_\rho(\rho) = 0$.

9. Dado un campo $\mathbf{F} = \mathbf{F}(r)$, si el flujo neto de **F** es nulo para cualquier superficie cerrada en coordenadas esféricas, demostrar que $F_r(r) = 0$.

Profesor Orlando J. Sucre Rosales, ©2009
Departamento de Electrónica y Circuitos, Universidad Simón Bolívar, Caracas, Venezuela